

ШИФР 09-68

Олимпиадная работа
муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников

по математике

учащейся 9 класса

Муниципального бюджетного общеобразовательного учреждения «Гимназия №18»
(наименование ОУ)

Поповой Екатерины Романовны
(ФИО полностью)

Педагог-наставник:

учитель математики

МБОУ «Гимназия №18»
(наименование ОУ)

Васильева Ирина Александровна
(ФИО полностью)

9.1 32 человека
16 рыцарей 16 жнецов

8 отв - 0 монет

8 отв - 1 монет

8 отв - 2 монет

8 отв - 3 монет

максимум каждый может получить не более 3х монет

Решение

максимальное количество монет $32 \times 3 = 96$ монет, но суммарно такого быть не может т.к. у 16 человек - рыцарей есть возможность всегда говорить правду. Их максимально полученное количество монет не нарушая условий может быть $8 \times 3 + 8 \times 2 = 24 + 16 = 40$.

Итак, рассмотрим этот случай, 8 человек получивших по 3 монеты, и 8 человек получивших по 2 монеты - рыцари. Тогда 8 человек сказавшие что получили 0 монет и 8 человек сказавшие что получили по 1 монете - жнецы, они имеют возможность всегда лгать, следовательно могли получить либо больше, либо меньше монет.

Для удовлетворения задачи рассмотрим случай что все жнецы получили по 3 монеты. Суммарное количество монет жнецов $3 \times 16 = 48$. И теперь максимальное количество суммарное монет всех 32 человек $40 + 48 = 88$ монет.

Ответ: 88 монет

N п/п	Кол-во баллов	ФИО проверяющих
1	7	Ш. Э. Р. Кенесов 09-68
2	1	Ш. Э. Р. Кенесов И. Р. Басильков И. Р. Тимов
3	0	Р. Косенко М.И. Рыцарь
4	0	И. Р. Басильков И. Р. Тимов
5	2	И. Р. Басильков М.И.
Итого	10	

2. Рассмотрим несколько вариантов последовательности натуральных чисел

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14
 $\begin{matrix} 1 \\ \downarrow \\ 1 \end{matrix}$, $\begin{matrix} 2 \\ \downarrow \\ 2 \end{matrix}$, $\begin{matrix} 3 \\ \downarrow \\ 3 \end{matrix}$, $\begin{matrix} 4 \\ \downarrow \\ 4 \end{matrix}$, $\begin{matrix} 5 \\ \downarrow \\ 5 \end{matrix}$, $\begin{matrix} 6 \\ \downarrow \\ 6 \end{matrix}$, $\begin{matrix} 7 \\ \downarrow \\ 7 \end{matrix}$, $\begin{matrix} 8 \\ \downarrow \\ 8 \end{matrix}$, $\begin{matrix} 9 \\ \downarrow \\ 9 \end{matrix}$, $\begin{matrix} 10 \\ \downarrow \\ 10 \end{matrix}$, $\begin{matrix} 11 \\ \downarrow \\ 2 \end{matrix}$, $\begin{matrix} 12 \\ \downarrow \\ 3 \end{matrix}$, $\begin{matrix} 13 \\ \downarrow \\ 4 \end{matrix}$, $\begin{matrix} 14 \\ \downarrow \\ 5 \end{matrix}$

Еще продолжить последовательность

число 19, 20, 21, 22, ...
 $\begin{matrix} 19 \\ \downarrow \\ 10 \end{matrix}$, $\begin{matrix} 20 \\ \downarrow \\ 2 \end{matrix}$, $\begin{matrix} 21 \\ \downarrow \\ 3 \end{matrix}$, $\begin{matrix} 22 \\ \downarrow \\ 4 \end{matrix}$

Заметим что шаг в последовательности чисел 9, после цикла закономерность повторяется

Рассмотрим ещё несколько случаев

12, 13, 14, 15, 16, 17, 18, 19, 20, 21, 22, 23, 24, 25, 26, 27
 $\begin{matrix} 12 \\ \downarrow \\ 6 \end{matrix}$, $\begin{matrix} 13 \\ \downarrow \\ 4 \end{matrix}$, $\begin{matrix} 14 \\ \downarrow \\ 5 \end{matrix}$, $\begin{matrix} 15 \\ \downarrow \\ 6 \end{matrix}$, $\begin{matrix} 16 \\ \downarrow \\ 7 \end{matrix}$, $\begin{matrix} 17 \\ \downarrow \\ 8 \end{matrix}$, $\begin{matrix} 18 \\ \downarrow \\ 9 \end{matrix}$, $\begin{matrix} 19 \\ \downarrow \\ 10 \end{matrix}$, $\begin{matrix} 20 \\ \downarrow \\ 2 \end{matrix}$, $\begin{matrix} 21 \\ \downarrow \\ 3 \end{matrix}$, $\begin{matrix} 22 \\ \downarrow \\ 4 \end{matrix}$, ...
 ... 11

110, 111, 112, ..., 119, 120
 $\begin{matrix} 110 \\ \downarrow \\ 2 \end{matrix}$, $\begin{matrix} 111 \\ \downarrow \\ 3 \end{matrix}$, $\begin{matrix} 112 \\ \downarrow \\ 4 \end{matrix}$, ..., $\begin{matrix} 119 \\ \downarrow \\ 11 \end{matrix}$, $\begin{matrix} 120 \\ \downarrow \\ 3 \end{matrix}$

Заметим что шаг в 9 чисел сохраняется, это означает что не существует 18 последовательных чисел суммы цифр которых давали бы 18 последовательных чисел не обязательно записанных по порядку

Ответ: не существует.

9.3 $(x^2 - ax + c)(x^2 - bx) + c = 0$ где $a, b, c \in \mathbb{N}$ 09.68
 $a \neq b$ корни (~~a~~ $3^a, 3^b, 3^c, 3^d$)

$$x^4 - bx^3 + cx^2 - ax^3 + abx^2 - acx + cx^2 - b^2cx + c^2 = 0 \quad 3a - 4b$$
$$x^4 - bx^3 - ax^3 - 2cx^2 + c^2 + abx^2 - acx - b^2cx = 0$$

$$3^1 = 1$$

$$3^2 = 9$$

$$3^3 = 27$$

$$3^4 = 81$$

$$3a - 4b : \{ \text{простые числа} \dots \}$$

9.4 Дано

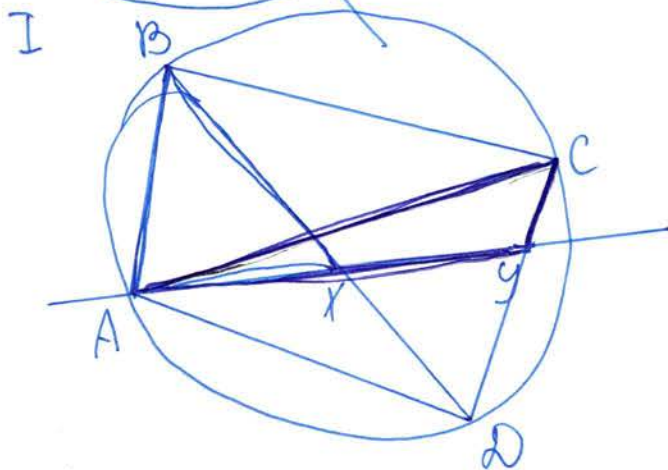
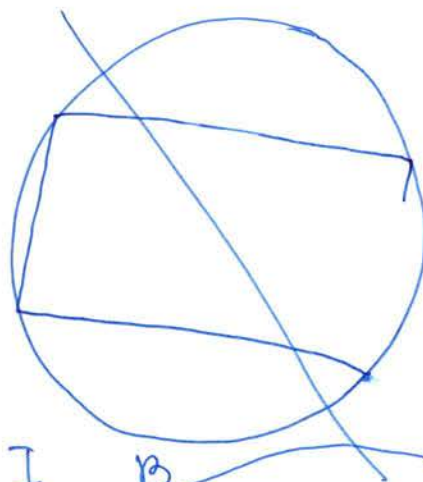
09-68

$ABCD$ - четырёхугольник
вписан в окр

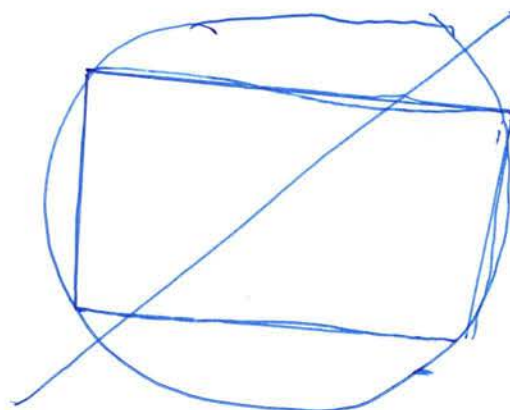
AY - продолжение
пересекает BD в точке X
пересекает CD в точке Y

Доказать: окр., опис. около
 $\triangle ABX$ и $\triangle ACY$, касаются

Докзано



II



УТД

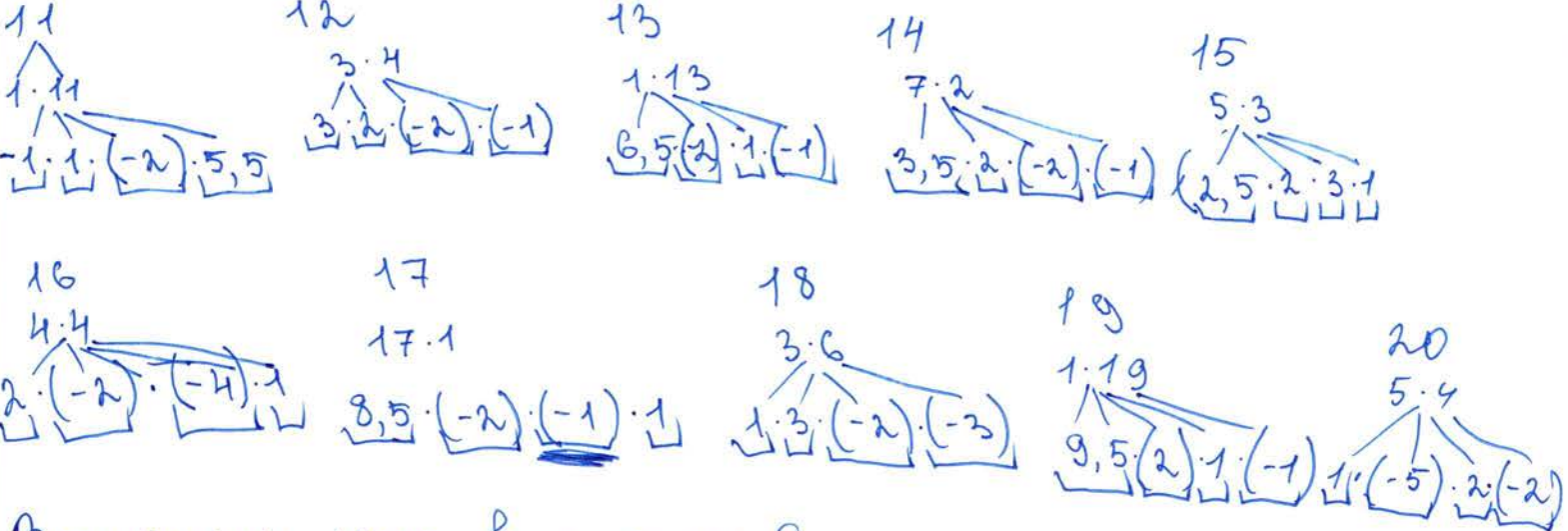
9.5. Числа $a_1, a_2, a_3, a_4, a_5, a_6, a_7, a_8, a_9, a_{10}$ - любые (отрицательные, положительные, целые, нецелые) 09.68

Иначе нет таких натуральных, положительных, целых чисел которые произведением из четырех таких давали натуральные последовательные числа

11, 12, 13, 14, ..., 20

$a_1 a_2 a_3 a_4, a_2 a_3 a_4 a_5, \dots, a_9 a_{10} a_1 a_2$

Разложим каждое из итоговых чисел на 4 множителя



Заметим что в последовательности умножения чисел $(a_1 a_2 a_3 a_4)$ каждое из чисел может быть использовано всего ~~несколько раз~~ ^(не больше 4 раз) 4 раза что после числа 17 коррупируется как новое использование числа -1, а потом и числа 1, 4 др, когда же такие числа как 6, 5; 5, 5; 3, 5; 2, 5; 8, 5; 9, 5 - используются всего один раз добиться этих чисел используя одно невозможно т.к. потребуются другие и тоже будут использоваться один раз, сделаем вывод нельзя выбрать такие числа

Ответ: нельзя.